# REFORMULACIÓN 2006 TERCER AÑO DE BACHILLERATO DIVERSIFICACIÓN CIENTÍFICA Y DIVERSIFICACIÓN ARTE Y EXPRESIÓN OPCIÓN MATEMÁTICA Y DISEÑO PROGRAMA DE MATEMÁTICA I

**6 HORAS SEMANALES** 

### **FUNDAMENTACIÓN**

El tercer año de Bachillerato corresponde a la finalización de los estudios secundarios, el contenido de los programas debe tener coherencia con los conocimientos adquiridos por los estudiantes en cursos anteriores y a su vez debe ofrecer nuevos contenidos que amplíen la concepción que tienen los alumnos de la Matemática.

El curso de Análisis pretende continuar con los estudios comenzados en el curso anterior y habilitar la continuación de estudios superiores. Entre los posibles contenidos se realizó una selección que pueda ser efectivamente enseñada en el tiempo disponible.

En esta etapa se pretende enfrentar al alumno con un método de trabajo más riguroso que el realizado en cursos anteriores, fomentando una participación activa en la resolución de problemas donde se estimulará la experimentación, elaboración de conjeturas y demostración de las mismas.

El estudio del análisis matemático en esta etapa del Bachillerato pretende encontrar un equilibrio adecuado entre los contenidos matemáticos a aprender y el desarrollo cognitivo del estudiante; también se trata de encontrar un equilibrio entre las dimensiones "instrumento" y "objeto" del análisis (Douady, 1986).

Se propone modificar las relaciones anteriores entre teoría y práctica, pasando de dos cursos separados, uno de teórico y otro de práctico, en general con pocos vínculos entre sí a un curso único, con un programa organizado en torno a un teórico con

niveles de formalización reducidos y accesibles a los estudiantes y aplicando esa teoría a situaciones problemáticas y actividades diversas

Lo que se propone no es un trabajo exclusivamente intuitivo y experimental, a partir de conclusiones que se admiten como válidas se justifican otras, dando prioridad en las actividades al significado de los conceptos matemáticos y no a su aplicación reiterada y sin fundamentos.

No se descartan las definiciones formales y el uso de cuantificadores cuando el nivel cognitivo de los estudiantes lo permita, pero ese no será el eje central del trabajo áulico.

#### **OBJETIVOS**

- Utilizar, con autonomía y eficacia, las estrategias características de la investigación científica y los procedimientos propios de la matemática (plantear problemas, formular y contrastar hipótesis, planificar, manipular y experimentar) para realizar investigaciones y explorar nuevas situaciones.
- Promover la expresión oral, escrita y gráfica de situaciones que pueden tratarse matemáticamente, mediante la adquisición de un vocabulario de términos y notaciones matemáticas.
- Incentivar la autoestima y confianza en las propias capacidades.
- Apreciar el trabajo colaborativo. Fomentar el diálogo y la discusión, escuchando y respetando los argumentos de los demás, asumiéndolos por convencimiento cuando sean correctos.
- Apreciar qué significa una definición y una demostración matemática.
- Promover el gusto e interés en la investigación matemática.
- Desarrollar la sensibilidad ante las cualidades estéticas de las figuras geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza, en el arte y en la técnica.
- Incentivar la curiosidad y la búsqueda de regularidades y relaciones entre los elementos que componen las figuras geométricas.
- Iniciar a los estudiantes en el estudio de las cónicas combinando los enfoques analítico y sintético.
- Interpretar geométricamente el significado de expresiones analíticas correspondientes a las cónicas.
- Comprender los conceptos, procedimientos y estrategias matemáticas que permitan al alumno desarrollar estudios superiores.

- Generar acercamientos gráficos y numéricos a los conceptos alrededor de los cuáles se organiza el curso de análisis: límite, continuidad, derivadas.
- Bosquejar las características principales de una función y generar un repertorio de imágenes visuales sobre el comportamiento de las funciones.
- Estudiar extremos de una función, relativos y absolutos, manejar condiciones necesarias y suficientes para la existencia de dichos extremos. Aplicarlos a la resolución de problemas de optimización.
- Familiarizar a los estudiantes con el uso de recursos informáticos para la graficación y el cálculo.

#### **CONSIDERACIONES GENERALES**

El trabajo realizado por los alumnos deberá ser el centro del curso, el rol del profesor debe ser el de orientador y guía de la tarea.

Cada ejercicio planteado dará lugar a que se revisen o introduzcan definiciones de conceptos y propiedades que deben utilizarse para su resolución.

La demostración debe considerarse en un sentido amplio, el énfasis debe estar en la argumentación más que en el rigor y en los detalles. La demostración en este sentido no puede ser tratada de una vez en un curso, los alumnos deben vivirla a lo largo de todo el currículum. Razonar, argumentar y justificar las afirmaciones debe formar parte del trabajo en el aula (T. Dreyfus). La demostración debe ser considerada por los docentes y los estudiantes como un instrumento de validación y comunicación de producciones matemáticas (Davis y Hersch).

Todas las propiedades que se enunciaron y aplicaron en cursos anteriores, se considerarán conocidas y se aplicarán para realizar nuevas demostraciones.

Las estrategias de trabajo favorecerán el diálogo, la discusión de los alumnos entre sí y las de éstos con el docente, sin descartar la exposición por parte del profesor. Junto a lo expresado anteriormente, el aprendizaje de la matemática debe incluir prácticas de procedimientos.

## **EVALUACIÓN**

La evaluación del aprendizaje debe considerar todas las producciones de los estudiantes, orales y escritas, tanto individuales como colectivas, no reduciéndose exclusivamente a las calificaciones obtenidas en los escritos. Estos serán de carácter teórico – práctico.

La evaluación debe permitir al profesor recoger información sobre los logros, los progresos y las dificultades de los estudiantes, de forma que pueda proporcionar ayuda a los alumnos, y a cada uno de éstos conocer su situación y reorganizar su proceso de aprendizaje. Permitirá también al profesor revisar y reorientar su práctica a la luz de los logros obtenidos por los estudiantes.

Todas las instancias de evaluación deben ser de aprendizaje para los estudiantes. Para ello es importante que exista devolución a los alumnos, analizando los errores y buscando estrategias de intervención para superarlos.

El tiempo que se dedica a la enseñanza de cada tema, es un indicador de la jerarquización que realizan los profesores de dichos contenidos. Esa jerarquización debe reflejarse en el contenido de las evaluaciones. Los criterios de evaluación deben ser conocidos por los estudiantes para que sepa cuál debe ser su desempeño para obtener los logros esperados.

| UNIDAD TEMÁTICA        | CONTENIDOS                                                                                                                                                         | COMENTARIOS  |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ANÁLISIS<br>MATEMÁTICO | La biyección entre los números reales y los puntos de la recta. Intervalos, semirrecta y segmentos. Cotas y extremos de un conjunto. Concepto de supremo e ínfimo. |              |
| 60 %                   | Axioma de completitud                                                                                                                                              | Aplicaciones |

|                                                         |                                    | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                         | Límites                            | Se priorizará el trabajo intuitivo, con abundante ejemplificación y la aplicación de los contenidos teóricos a la resolución de ejercicios y problemas.  No se descartan las definiciones formales y el uso de cuantificadores cuando el nivel cognitivo de los estudiantes lo permita, pero ese no será necesariamente el eje central para la conceptualización del límite de una función.   |
| Límites y<br>continuidad de<br>funciones<br>(40 CLASES) | Limite de una función en un punto. | Se trabajará con la idea intuitiva del límite de una función en un punto a través de ejemplos, observando cómo se comporta la función en las "proximidades" del punto. Se priorizarán las traducciones entre los distintos lenguajes de representación.                                                                                                                                       |
|                                                         | Límites laterales.                 | Definición de límite lateral izquierdo y límite lateral derecho. Ejemplos y aplicación de las definiciones a la resolución de ejercicios.  Los ejemplos y aplicaciones serán de funciones polinómicas, funciones definidas por intervalos, función con radicales, funciones con valor absoluto.  Se promoverá para el cálculo de límites, la confección de tablas y el uso de la calculadora. |
|                                                         | Álgebra de límites.                | Se enunciarán los teoremas y se priorizará su aplicación a la resolución de ejercicios. Se enunciará el teorema de límite de una función compuesta y se aplicará a ejercicios. Se calcularán límites de cociente de funciones polinómicas, límites con funciones con radicales y se estudiarán las indeterminaciones que se presentan. Se calcularán límites                                  |

| Límites infinitos para x tendiendo a infinito.<br>Límites infinitos para x tendiendo a un<br>número. | sencillos de funciones exponenciales y potenciales. Definición de límite para x tendiendo a infinito, idea intuitiva. Cálculo de límites cuando x $\rightarrow$ + $\infty$ o cuando x $\rightarrow$ - $\infty$ Revisión de asíntotas horizontal y vertical. Se estudiarán las indeterminaciones que se presentan. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Teoremas acerca de límites.                                                                          | Enunciados y aplicaciones<br>Se extenderán los resultados obtenidos del álgebra de límites a<br>las nuevas situaciones.<br>Se estudiarán las indeterminaciones que se presentan.                                                                                                                                  |
| Asíntotas                                                                                            | Primero se realizará una aproximación intuitiva al concepto de asíntota, ejemplos de funciones con asíntotas evidentes. Definición de asíntota de una función. Teoremas que permiten su cálculo. Se trabajarán funciones que no presentan asíntotas para $x \to +\infty$                                          |
| Continuidad<br>Funciones continuas                                                                   | En los ejemplos y aplicaciones, se pondrá énfasis en la visualización y en la traducción entre los distintos sistemas de representación.                                                                                                                                                                          |
| Definición de función continua en un punto. Definición de función continua en un intervalo.          | Se aplicarán las definiciones al análisis de ejemplos.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Álgebra de las funciones continuas.                                                                  | Se enunciarán los teoremas y se demostrarán algunos de ellos.<br>En los ejercicios propuestos se aplicarán los teoremas para                                                                                                                                                                                      |

|                            | Teoremas sobre funciones continuas. Bolzano y Darboux.  Función acotada en su dominio y en un intervalo. Weierstrass. | analizar la continuidad de funciones. Se propondrán actividades exploratorias que permitan la conjetura del enunciado del teorema de Bolzano. Enunciado del teorema de Bolzano, aplicación a ejercicios. Enunciado y demostración del teorema de Darboux  Definiciones. Aplicación de las definiciones a ejercicios. Definición de máximo y mínimo de una función. Se propondrán actividades exploratorias que permitan la conjetura del enunciado del teorema de Weierstrass. Enunciado del teorema de Weierstrass y aplicaciones. |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Derivabilidad de funciones | Derivada de una función  Derivada de una función en un punto.                                                         | Aproximación al concepto de derivada.  Definición de derivada de una función en un punto. Se aplicarán las definiciones a la resolución de ejercicios.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| (32 CLASES)                | Función derivada.  Cálculo de derivadas.                                                                              | Interpretación geométrica y cinemática de la derivada.  Definición de función derivada.  Cálculo de la derivada de una función constante, de la función polinómica de primer grado y de la función potencial Se admitirán sin demostración las derivadas de las funciones                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                            |                                                                                                                       | trigonométricas, logarítmica y exponencial.<br>La dificultad en el cálculo de las derivadas no pueden ser tales                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                                                                                                                                                                       | que impidan la conceptualización del tema.                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Álgebra de derivadas. Derivada de la función compuesta.  Funciones derivables y no derivables. Relación entre derivabilidad y continuida Crecimiento y decrecimiento. | Se enunciarán los teoremas correspondientes y se demostrarán algunos de ellos. A partir de los teoremas enunciados se justificarán los cálculos de derivadas.  ad.                                                                                                                                              |
| Extremos relativos y absolutos                                                                                                                                        | Definición y aplicaciones. Problemas de optimización.                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Condiciones necesarias y suficientes pa                                                                                                                               | ara                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Rolle y Lagrange.                                                                                                                                                     | Enunciados de los teoremas de Rolle y de Lagrange.<br>Se presentarán ejemplos y contraejemplos de modo de lograr la<br>comprensión de los enunciados de los teoremas, con apoyo de<br>la representación gráfica de las diversas situaciones. Se<br>plantearán actividades para aplicar los teoremas enunciados. |
| Función creciente y decreciente en un intervalo.                                                                                                                      | En este caso como en la enseñanza de otros contenidos se priorizará la formación de conceptos y la aplicación fundamentada a la resolución de ejercicios y problemas, no a la realización de cálculos.                                                                                                          |
| Gráfico de funciones.                                                                                                                                                 | Representación gráfica de funciones. Interpretación de gráficas de funciones.                                                                                                                                                                                                                                   |

| CONSTRUCCIONES<br>GEOMÉTRICAS<br>10% (12 HORAS) | Fractales                                                        | Se construirán fractales conocidos. Por ejemplo Conjunto de Cantor, Curva de Peano, Curva de Hilbert, Curva de Koch, Triángulo y alfombra de Sierpinski. Se vincularán a cálculos de longitudes, áreas y coordenadas de puntos. Se crearán nuevos fractales a partir de los conocidos. Se podrán construir fractales a partir de materiales concretos, por ejemplo poliminós. Se podrán construir fractales en la Sala de Informática.    |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                 | Construcción de curvas.                                          | Se realizarán construcciones de curvas con útiles de Geometría y con medios informáticos. Se podrá trabajar con representaciones aproximadas de espirales, mediante arcos de circunferencia, por ejemplo la "espiral" de Durero y la de Fibonacci; con construcciones de óvalos. Se analizarán las propiedades geométricas en cada construcción. Se construirán lugares geométricos "mecánicos", cicloides, epicicloides e hipocicloides. |
|                                                 | Construcciones de segmentos cuya medida es un número irracional. | Se realizarán construcciones a partir de los polígonos regulares. La construcción del segmento áureo de un segmento dado podrá aplicarse a diversas actividades.  Se sugiere con alguno o varios de estos temas que los estudiantes realicen un trabajo de corte exploratorio o monográfico.                                                                                                                                              |

| GEOMETRÍA<br>ANALÍTICA | Ecuación de la tangente a una circunferencia.        | Se obtendrá la ecuación de la tangente a una circunferencia por un punto de ella. Se presentará como problema el trazar y encontrar la ecuación de la tangente a una circunferencia desde un punto exterior a ella.                                                                                                                  |
|------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 30% ( 48 horas)        |                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| CÓNICAS                | Intersecciones de una superficie cónica con un plano | Definiciones. Se construirán con regla y compás puntos de las cónicas.                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                        | Parábola.<br>Elipse.<br>Hipérbola.                   | Se obtendrá la ecuación de la parábola que tiene por eje alguno de los ejes coordenados y la ecuación de la parábola con eje paralelo a alguno de los ejes coordenados.  Se obtendrán las ecuaciones de la elipse y de la hipérbola que tienen por ejes los ejes coordenados y las que tienen ejes paralelos a los ejes coordenados. |
|                        | Propiedades.                                         | Se enunciarán propiedades de la elipse, la hipérbola y la parábola, y se comentarán aplicaciones a diversas disciplinas.                                                                                                                                                                                                             |
|                        | Tangentes a una cónica.<br>Ecuación de la tangente.  | Podrá realizarse el trazado de tangentes con regla y compás a una cónica. Se obtendrá la ecuación de la tangente a una cónica.                                                                                                                                                                                                       |

# **BIBLIOGRAFÍA**

- Balparda, Sbárbaro y Lois. *Matemática Sexto.* Ediciones de la Plaza. Uruguay.
- Buschiazzo, Fongi, González y Lagreca. *Matemática II*. Editorial Santillana, Buenos Aires Argentina.
- Cólera, García y Olivera. Matemática I, Bachillerato. Editorial Anaya, Madrid España.
- De Guzmán, Cólera y Salvador. Matemáticas, Bachillerato 2. Editorial Anaya, Madrid España.

- De Guzmán, Cólera y Salvador. *Matemáticas, Bachillerato* 3. Editorial Anaya, Madrid España.
- Del Río, José. Lugares Geométricos, Cónicas. Editorial Síntesis. Madrid España.
- Lorenzo, Martínez Losada y Valdés. Signo III, Matemáticas 3º Bachillerato. Editorial Bruño, Madrid España.
- Madsen Barbosa, Ruy. Descobrindo a Geometría Fractal. Editorial Auténtica. Belo horizonte Brasil.
- Stewart, Redlin y Watson. *Precálculo*. Editorial Thomson. México.